Θεματική ενότητα συνεδρίου:	**3η.** Διδακτική μεθοδολογία. Αναλυτικά προγράμματα, σχολικά εγχειρίδια, διδακτικά αντικείμενα, αξιολόγηση (Συγγραφή / σύνθεση διδακτικού σεναρίου)
Κατηγορία εργασίας: *Εισήγηση*	

Σενάριο για την διδασκαλία της σχέσης επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας, καθώς και της σχέσης εγγεγραμμένης γωνίας και υπό χορδής και εφαπτομένης.

Γιάννης Π. Πλατάρος

Μαθηματικός –Οικονομολόγος , Διευθυντής Δ.Ε. Μεσσηνίας, Επιμορφωτής Β΄επιπέδου , ΜΔΕ «διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Ηλ.ταχ.: plataros@gmail.com

Περίληψη

Το παρόν σενάριο αφορά το 6ο Κεφάλαιο Γεωμετρία του ισχύοντος Σχολικού εγχειριδίου και αφορά την διδασκαλία εγγεγραμμένων και επικέντρων γωνιών την μεταξύ του σχέση, όπως και την σχέση εγγεγραμμένης και υπό χορδής και εφαπτομένης. Το αξιοσημείωτο είναι η προσέγγιση με δυναμικό Γεωμετρικό λογισμικό (Sketchpad) πράγμα που δίνει την δυνατότητα να διερευνηθούν σε ένα περιβάλλον καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής μάθησης ότι η γωνία υπό χορδής και εφαπτομένης είναι οριακή θέση εγγεγραμμένης και να διασαφηνιστεί για το μέλλον η έννοια της εφαπτομένης καμπύλης, καθώς και η ολιστική ματιά της εγγεγραμμένης ως γεωμετρικού τόπου.

Λέξεις κλειδιά

Εγγεγραμμένη γωνία , επίκεντρη γωνία, εφαπτομένη, γεωμετρικός τόπος, ολιστική οπτική, ανακαλυπτική μάθηση, Sketchpad, δυναμικό Γεωμετρικό λογισμικό.

Γνωστικό Αντικείμενο και περιοχή

Γεωμετρία Α΄ Λυκείου, κεφάλαιο 6 διδακτικού εγχειριδίου, § 1,2,3 και 4. Ένα φύλλο εργασίας για 2 διδακτικές ώρες.

Οργάνωση διδασκαλίας υλικοτεχνική υποδομή

Η διδασκαλία πρέπει να διεξαχθεί στην αίθουσα Η/Υ όπου οι μαθητές μπορούν να λειτουργήσουν και ως ομάδες τριών προσώπων. Χρειάζεται εξοικείωση με το λογισμικό. Σε κάθε περίπτωση, στο φύλλο εργασίας παρέχονται και οι οδηγίες του λογισμικού , δηλ. του sketchpad 4.07 (Ελληνική έκδοση για το ΥΠΑΙΘ). Ο Καθηγητής, θα έχει διαδραστικό πίνακα ή θα προβάλλει την επιφάνεια εργασίας του δικού του Η/Υ όπως θα έχουν και οι μαθητές. Στην αρχή μοιράζονται στους μαθητές τα φύλλα εργασίας ανά τρεις και καθηγητής

περιέρχεται τις ομάδες, ενισχύει, υποδεικνύει χωρίς να αποκαλύπτει, εμπνέει, καθοδηγεί, οιονεί προεδρεύει δίνοντας τον λόγο στις ομάδες και κρατά την διδακτική δεοντολογία ενάντια στην πρόωρη αποκάλυψη γνώσης που προέρχεται από την *«στο παρακάτω μάθημα»* διδασκαλία στα φροντιστήρια και ακυρώνει την ίδια την ανακαλυπτική μάθηση. Αυτά θα διεξάγονται στα πλαίσια ενός διδακτικού συμβολαίου, που είναι δύσκολο να επιβληθεί, καθώς η έτοιμη και ήδη γνωστή γνώση, μη εμπεδωμένη οπωσδήποτε αφού δεν έχει ανακαλυφθεί από τον ίδιο τον μαθητή, δημιουργεί σοβαρές παρενέργειες, όταν δεν ακυρώνει το μάθημα. Χρειάζεται λοιπόν επιμονή, εμμονή στους κανόνες, εξοικείωση με τους κανόνες και υποστήριξη και από όλους τους διδάσκοντες όλων των υποκείμενων σε φροντιστηριακή διδασκαλία μαθημάτων, για την ανακαλυπτική στάση στην νέα γνώση, όπως κι αν κάνει κάποιος το μάθημά του δηλαδή, με ή χωρίς ΤΠΕ.

Σχέση με το εκπαιδευτικό λογισμικό

Το σενάριο υλοποιείται με το εκπαιδευτικό δυναμικό Γεωμετρικό λογισμικό Sketchpad και μπορεί να υλοποιηθεί με ελάχιστες τροποποιήσεις από οποιοδήποτε άλλο δυναμικό λογισμικό (Geogebra, Cabri, Euclidrow κ.ά.) Τα λογισμικά αυτά είναι σχεδιασμένα στην λογική της μάθησης μέσω της Μαθηματικής ανακάλυψης

Σκεπτικό του σεναρίου –καινοτομίες -προστιθέμενη αξία του Σεναρίου

Η ιδέα της με κίνηση και με μεταβολή μεγεθών και σχημάτων (δηλ. δυναμικής) προσέγγισης στην Γεωμετρία, είναι η απολύτως φυσιολογική προσέγγιση, αφού η ίδια η Ευκλείδεια Γεωμετρία, σε κοινότυπες εκφράσεις της λ.χ. «έστω τρίγωνο ΑΒΓ» δεν υπονοεί το στατικό παγωμένο ακινητοποιημένο τρίγωνο που σχεδιαζόταν 2.500 χρόνια στους πίνακες αλλά το οιοδήποτε, δυναμικώς μεταβαλλόμενο. Επομένως η προσέγγιση της διδασκαλίας της Γεωμετρίας είναι αναπόδραστα συνδεδεμένη με τα δυναμικά εργαλεία, τα οποία πλέον, είναι περισσότερο προσιτά και εξελιγμένα από κάθε περίοδο της παγκόσμιας Ιστορίας, αφού αυτό συνέβαινε ανέκαθεν και αρχαιόθεν, ήτοι η «*δια μηχανικών μεθόδων*» ανακάλυψη θεωρημάτων και προτάσεων. (Ἀρχιμήδους, Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων, «Πρὸς Ἐρατοσθένην ἔφοδος»3.83.26-3.84.3 : *Καὶ γάρ τινα τῶν πρότερόν μοι φανέντων μηχανικῶς ὕστερον γεωμετρικῶς ἀπεδείχθη διὰ τὸ χωρὶς ἀποδείξεως εἶναι τὴν διὰ τούτου τοῦ τρόπου θεωρίαν· ἑτοιμότερον γάρ ἐστι προλαβόντα διὰ τοῦ τρόπου γνῶσίν τινα τῶν ζητημάτων πορίσασθαι τὴν ἀπόδειξιν μᾶλλον ἢ μηδενὸς ἐγνωσμένου ζητεῖν.*)

Βεβαίως η βαρύνουσα παγκοσμίως Ευκλείδεια παράδοση με την απιστεύτως θαυμάσια θεμελίωσή της ίδιας της Γεωμετρίας που παρουσιάζουν τα «Στοιχεία» του Ευκλείδους, επέβαλαν τρόπον τινά την απόκρυψη του διερευνητικού –πειραματικού χαρακτήρα της Γεωμετρίας, δεδομένης και της φιλοσοφικής αποστροφής των Αρχαίων Ελλήνων για την εμπειρική πειραματική προσέγγιση της γνώσης . Όμως, ο ίδιος ο ανακαλυπτικός χαρακτήρας των Μαθηματικών, επιβάλλει και την διερεύνηση και το πείραμα εκ των πραγμάτων. Σε αυτό βοηθούν και οι νέες παιδαγωγικές αντιλήψεις περί «ανακαλυπτικής μάθησης» όπου η γνώση δι΄ ανακάλυψης του ίδιου του μαθητή, θεωρείται –και δικαίως- περισσότερο στέρεα, σε σχέση με την «μεταφορά γνώσης» της κατασταλαγμένης εμπειρίας του δασκάλου ή του βιβλίου. Στα προηγούμενα, τα δυναμικά γεωμετρικά λογισμικά

διαπρέπουν και όχι μόνο στους γεωμετρικούς τόπους και γεωμετρικές απεικονίσεις , όπου εκεί η κίνηση στην γεωμετρία θεωρείται περισσότερο φυσιολογική, αφού και η ίδια η κίνηση των στοιχείων ενός σχήματος μεταβάλλει και την διαγεγραμμένη τροχιά ενός τόπου (δεύτερο επίπεδο κίνησης στην ίδια την τροχιά ενός σημείου ή άλλου γεωμετρικού αντικειμένου) Έτσι, εξετάζοντας την συγκεκριμένη ενότητα περί εγγεγραμμένων γωνιών, έχουμε ειδικότερα, τα εξής:

Α) Οι εγγεγραμμένες σε κύκλο γωνίες, ως έννοια, περιέχουν κίνηση. Μένουν σταθερές, καθώς διαγράφουν συγκεκριμένο τόξο. Παράλληλα, όταν η γωνία εξακολουθεί να βαίνει στο ίδιο τόξο αλλά η κορυφή της γωνίας είναι έξω ή μέσα σε συγκεκριμένο χωρίο, τότε γίνεται μικρότερη ή μεγαλύτερη από την έχουσα σταθερό μέτρο και κινούμενη στο τόξο. Δια του δυναμικού γεωμετρικού λογισμικού Sketchpad, φαίνεται εξαιρετικά παραστατικά και αναδεικνύεται η ολιστική διάσταση του -αφανώς οριζόμενου- γεωμετρικού τόπου δηλ. οι ίσες, οι μικρότερες και οι μεγαλύτερες γωνίες. Αυτό μάλιστα μπορεί να επεκταθεί αναζητώντας τα αντίστοιχα τόξα τις μικρότερες γωνίες και τις μεγαλύτερες γωνίες που βαίνουν σε σταθερή χορδή, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί εικόνα πεδίου από το φαινομενικά διάφορο γνωστικό αντικείμενο της Φυσικής. Φυσικά, το πεδίο ορίζεται και αυτό γεωμετρικά, καθώς οι γραμμές του είναι κάποιοι ειδικά οριζόμενοι εκάστοτε γεωμετρικοί τόποι.

Β) Εξαιρετικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η διερεύνηση της γωνίας υπό χορδής και εφαπτομένης η οποία απροσδοκήτως -δια του λογισμικού- προκύπτει ως οριακή θέση της εφαπτομένης, άρα δεν πρόκειται «για άλλη» γωνία, αλλά για οριακή θέση της ιδίας της εγγεγραμμένης, επομένως είναι λογική η ισότητα.

Η ίδια η έννοια της εφαπτομένης του κύκλου, προκύπτει και αυτή φυσιολογικά ως μια χορδή της οποία το μήκος τείνει στο 0, πράγμα που αποτελεί ανάλογη (ουσιαστικά ίδια) προσέγγιση των εφαπτομένων του απειροστικού λογισμού. Και εδώ η προσέγγιση έχει την διδακτική της σημασία, καθώς είναι γνωστό ως επιστημολογικό, διδακτικό, εμπόδιο η ίδια η έννοια της εφαπτομένης καμπύλης, καθώς οι μαθητές επεκτείνουν το «μοναδικό σημείο τομής κύκλου και ευθείας» και στις καμπύλες του απειροστικού και δεν μπορούν να καταλάβουν την έννοια της εφαπτομένης (θεμελιώδης για τον Απειροστικό Λογισμό) Δεν μπορούν να καταλάβουν ότι μπορεί να υπάρχουν και δύο εφαπτόμενες σε ένα σημείο, καθώς και άλλες επίμονες παρανοήσεις που μάλλον προέρχονται από τους γεωμετρικούς ορισμούς για την εφαπτομένη, οι οποίοι όμως είναι προσαρμοσμένοι στην ειδική περίπτωση του κύκλου, χωρίς να μπορούν να επεκταθούν σε οποιαδήποτε καμπύλη. Η προσέγγιση σε σημείο μέσω οριακής θέσης τόξου μηδενικού μήκους, είναι κοινή και σωστή προσέγγιση για πάσης φύσεως καμπύλες και άρα προς την σωστή διδακτική κατεύθυνση.

Επεκτασιμότητα του Σεναρίου

Το ίδιο το λογισμικό, προσφέρει ανά πάσα στιγμή σύνδεση με την ανάλυση, καθώς όλες οι μεταβολές των μέτρων των γεωμετρικών σχημάτων, μπορούν να παρασταθούν σε άξονες. Αυτό αποτελεί την μέγιστη επεκτασιμότητα του ίδιου του λογισμικού και στην -μη προφανή για τους μαθητές - σύνδεσή του με άλλο κλάδο των Μαθηματικών. Έχουμε δηλαδή, διακλαδική σύνδεση των μαθηματικών και τελικά σοβαρή συμβολή στην ολιστική θεώρηση

της ίδιας την μαθηματικής γνώσης. Ο παρεμφερής τρόπος εργασίας στην διαπίστωση της σταθερότητας κατά μέτρο μιας εγγεγραμμένης που βαίνει σε σταθερό τόξο, επάγει την διαπίστωση την σταθερότητα του αθροίσματος των μέτρων όσων βαίνουν σε συμπληρωματικά τόξα, επομένως είναι ώριμες οι συνθήκες και για την εισαγωγή στις ιδιότητες των εγγεγραμμένων και εγγραψίμων τετραπλεύρων. Μάλιστα, εκεί που διαπιστώνεται σταθερότητα αθροίσματος μέτρων των συμπληρωματικών γωνιών, ξέρει ο μαθητής, ότι αν βγει η μία κορυφή έξω από τον κύκλο, το άθροισμα μειώνεται από 180^o , ενώ όταν μπει μέσα αυξάνεται. Η μοναδικότητα της θέσης πάνω στο τόξο για την επίτευξη του αθροίσματος των 180^o , επάγει και την ιδέα της απόδειξης για το αντίστροφο, ακόμα και την ίδια την μέθοδο απόδειξης, δηλ. τον «αποκλεισμό μέσου ή τρίτου» (εις άτοπον απαγωγή) για την εγγραψιμότητα ή μη ενός τυχόντος τετραπλεύρου.

Διδακτικοί Σκοποί & Στόχοι

- Να κατανοήσουν οι μαθητές τις έννοιες του τίτλου του μαθήματος και τις σχέσεις του μέτρου τους με τα μέτρα των τόξων που αποκόπτουν από τον κύκλο.
- Να οδηγηθούν σε ανακάλυψη γεωμετρική, από παρατήρηση αριθμητικών δεδομένων πίνακα, ώστε να δράσει το μη σύνηθες αντίστροφο για να αναδεικνύεται η ενότητα των Μαθηματικών.
- Να κάνουν μια πρώιμη εισαγωγή στην έννοια της εφαπτομένης καμπύλης ως οριακής θέσης τέμνοντος ευθ. Τμήματος το οποίο εκφυλίζεται σε σημείο .
- Να καταδειχθεί η σημασία του γεωμετρικού τόπου των σημείων του επιπέδου που βλέπουν σταθερό τμήμα με σταθερή γωνία , με μικρότερη γωνία ή με μεγαλύτερη γωνία .
- Να μπορέσουν να κάνουν μια σύνδεση της έννοιας «μορφή πεδίου» που απαντάται στην Φυσική με την έννοια «πολλών γεωμετρικών τόπων»

Φύλο Εργασίας

Επώνυμο:_________________________Όνομα_______________________
Όνομα πατ. __________________ Τάξη ____ Τμήμα ____

1. Άνοιξε το αρχείο εγγεγραμμένες καρτέλα «Εγγεγραμμένες1». Επιλέξτε το Ε και κινήστε το πάνω στο τόξο $\Delta E \Gamma$. Προσοχή, το Ε, αρχικά είναι πάνω στο τόξο, αλλά δεν συνδέεται με αυτό. Κινείστε το πού προσεκτικά, βλέποντας πώς μεταβάλλεται η $\Delta \hat{E} \Gamma$ που μετράται στον μετρητή .Παρατηρείστε τι γίνεται όταν ξεφεύγετε λίγο έξω ή λίγο μέσα από τον κύκλο. Στην συνέχεια, επιλέξτε τον κύκλο και το σημείο Ε και από το μενού «Επεξεργασία» επιλέξτε το «συγχώνευση σημείου σε κύκλο» Τώρα το Ε κινείται σταθερά πάνω στο τόξο. Η γωνία ΓΕΔ είναι εγγεγραμμένη και έχει μέτρο -------------μοίρες. Πλησιάστε το Ε κοντά στο Δ . Όσο και να το πλησιάσετε κοντά , η γωνία ΓΕΔ έχει υπόσταση (υπάρχει) . Όταν το Ε πάει πάνω στο Δ ,παύει να έχει νόημα η γωνία αφού εξαφανίζεται η μία πλευρά της. Αν περάσουμε το Δ η γωνία ΓΕΔ γίνεται -------------μοιρών και βαίνει πλέον στο μείζον τόξο --------------.
2. **Γεννάται το ερώτημα**: *Μήπως έχει κάποιο νόημα η γωνία ΓΕΔ καθώς το Ε πάει πάνω στο Δ ;* Για να το διερευνήσετε και να φαίνεται, **ταυτίστε** πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΕΔ την ευθεία (ε) πατώντας πάνω στο ταμπελάκι με το κίτρινο

άκρο. Πλησιάστε πολύ προσεκτικά το Ε στο Δ μέχρι να ταυτισθεί . Τι παρατηρείτε; ***Μήπως έχει νόημα ακόμα η γωνία ΓΕΔ καθώς το Ε ταυτίζεται με το Δ; Τι μέτρο έχει τώρα;***

Απ.: --

3. Θυμηθείτε τις σχετικές θέσεις μιας ευθείας και ενός κύκλου , μετακίνησε το Ε εκατέρωθεν του Δ και στην συνέχεια προσπαθήστε να συμπληρώσετε την παρακάτω παράγραφο:

Η ευθεία (ε) και ο κύκλος έχουν **δύο κοινά σημεία** , τα Ε, Δ , άρα η (ε) λέγεται **---------------------του κύκλου.** Όταν όμως το Ε ταυτιστεί με το Δ η ευθεία (ε) και ο κύκλος θα έχουν **ένα μόνο κοινό** σημείο , άρα η (ε) λέγεται **---------------------------του κύκλου**. Τότε , με ταυτισμένα τα σημεία Ε και Δ θα έχω την ΑΔ-----------------στην (ε) Η γωνία που θα σχηματίζει η χορδή ΔΓ και η -------------------------του κύκλου , θα είναι -------------με την αντίστοιχη εγγεγραμμένη γωνία στο τόξο της χορδής.

4. Αφήστε το Ε να ταυτίζεται με το Δ και πατήστε στην ετικέτα «Εμφάνιση εγγεγραμμένης γωνίας ΓΝΔ» (καρτελάκι με κόκκινο άκρο) Καθώς το Ν διαγράφει τον κύκλο, η γωνία ΓΝΔ γνωρίζουμε ότι μένει σταθερή κατά μέτρο. Για να αποδείξουμε ότι είναι ίση με την γωνία που σχηματίζεται από την αντίστοιχη χορδή και την εφαπτομένη, πρέπει από τις άπειρες θέσεις που μπορεί να πάρει το Ν στο τόξο, λίγες να είναι βολικές για την απόδειξη. Έχετε κάποια ιδέα-θέση να δοκιμάσετε για το Ν που θα μας διευκολύνει στην απόδειξη;

Απ. Το Ν πρέπει να πάρει τέτοια θέση, ώστε--
----

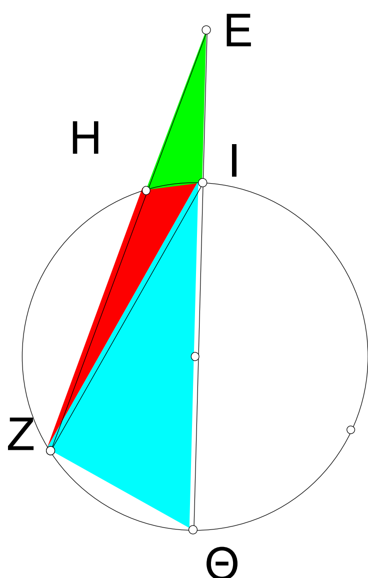
5. Ανοίξτε την καρτέλα «Εγγεγραμμένες2.» Βλέπετε την γωνία ΖΕΘ .Επιλέξτε το Ε και σιγά –σιγά μετακινείστε το πάνω στον κύκλο , όπου η γωνία θα αλλάξει χρώμα και θα γίνει γαλάζια. Παρατηρείστε την τιμή του μέτρου της γωνίας. Κάντε το και για άλλα σημεία του κύκλου. Τι παρατηρείτε και γιατί συμβαίνει αυτό που παρατηρείτε;

Απ.: ---
----

6. Μετακινείστε το Ε και έξω από τον κυκλικό δίσκο . Εμφανίζονται νέες γωνίες χρωματιστές. Πατήστε στην μέτρηση δύο εξ αυτών . Έχω τώρα την μέτρηση τριών γωνιών ΖΙΘ, ΙΖΗ , ΘΕΖ . Στον παρακάτω πίνακα , καταγράψτε τις αντίστοιχες τιμές τεσσάρων δικών σας τυχαίων στιγμιοτύπων για θέσεις του Ε εκτός του κυκλικού δίσκου.

Γων. ΖΕΘ				
Γων. ΗΖΙ				
Γων. ΖΙΘ				

Μπορείτε , με παρατήρηση των τιμών του πίνακα, να βρείτε μια σχέση με την οποία να συνδέονται οι τρεις αυτές γωνίες και να εικάσετε μια γενικότερη σχέση; Μπορείτε να την αποδείξετε αυτή ;

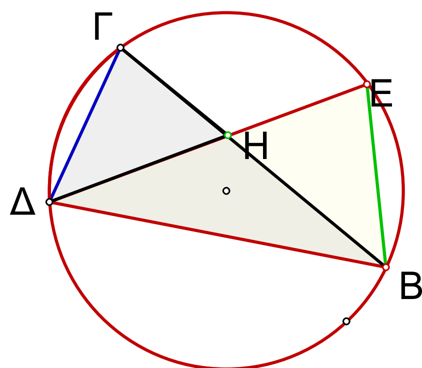


Χρησιμοποιείστε το διπλανό σχήμα:

Απάντηση:---

----

7. Ανοίξτε την καρτέλα «Εγγεγραμμένες3» Οι δύο πρώτες γωνίες που μετρώνται είναι οι εγγεγραμμένες της πράσινης και μπλε χορδής αντιστοίχως. Και η τρίτη μία από τις δύο κατά κορυφήν με κορυφή το Η . Αφού τις εντοπίσετε, μετακινείστε το Η πάρτε στιγμιότυπα του Η και προσπαθήστε να διατυπώσετε όπως και προηγουμένως μια διαπίστωση για μια απλή σταθερή αλγεβρική σχέση των τριών μεταβαλλόμενων γωνιών την οποία και να εξηγήσετε-αποδείξετε μέσω του σχήματος, όπως προηγουμένως από το παρακάτω σχήμα:



Απάντηση: --

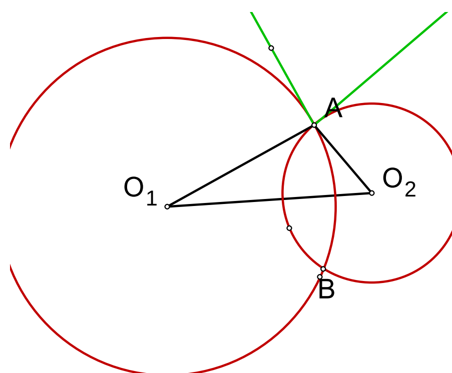
----

8. Ανοίξτε την καρτέλα «Εγγεγραμμένες4» Βλέπετε δύο κύκλους με κέντρα O_1 και O_2 . Επιλέξτε τον έναν κύκλο και πλησιάστε τον στον άλλον. Οι δύο κύκλοι τέμνονται σε δύο σημεία Α, Β και ταυτόχρονα εμφανίζονται οι δύο πράσινες εφαπτόμενες στο Α , για κάθε κύκλο. Καθώς πλησιάζουν τα δύο κέντρα, αυξομειώνετε η γωνία. Οι εφαπτόμενες , είναι κάθετες στις αντίστοιχες ακτίνες που καταλήγουν στο σημείο Α της επαφής. Όταν η γωνία των εφαπτομένων γίνει **ορθή** , οι κύκλοι ονομάζονται **ορθογώνιοι.** Φέρτε τους σε ορθογώνια θέση και γράψτε τι παρατηρείτε παρακάτω:

Παρατηρώ ότι: --

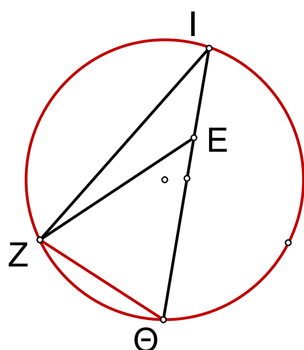
Απόδειξη:---

9. Η γωνία των κύκλων στο Β θα είναι ίση με την γωνία στο Α ; Μπορείτε να αποδείξετε την απάντησή σας χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα;

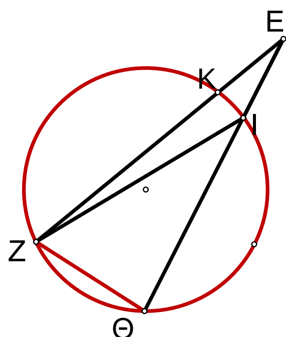


Απόδειξη:---

Ανοίξτε την καρτέλα «Εγγεγραμμένες5» . Βλέπουμε δύο γωνίες . Την εγγεγραμμένη ΖΙΘ και την ΖΕΘ οι οποίες βαίνουν στο ίδιο τόξο ΖΘ. Να επιλέξετε το Ε και να το μετακινήσετε εντός του μείζονος κυκλικού τμήματος . Παρατηρείστε την σχέση που έχει πάντα η $\measuredangle E$ με την εγγεγραμμένη $\measuredangle I$. Παρατηρείστε τι γίνεται καθώς το το Ε πλησιάζει το Ι . Τι γίνεται καθώς το Ε ταυτίζεται με το Ι και τι όταν το Ε απομακρύνεται από το Ι . Την παρατήρησής σας να την αποδείξετε με την βοήθεια των παρακάτω σχημάτων.



Απ.:____
____
____
____



Απ:____
____
____
____
____

Βρήκαμε λοιπόν, ότι όλα τα σημεία του μείζονος τόξου ΖΘ βλέπουν την χορδή ΖΘ με γωνία__________μοιρών . Όλα τα σημεία του ημι………… εκτός του κυκλικού τμήματος βλέπουν την ΖΘ με ____________γωνία , ενώ όλα τα σημεία εντός του κυκλικού τμήματος βλέπουν το ΖΘ με ____________γωνία.

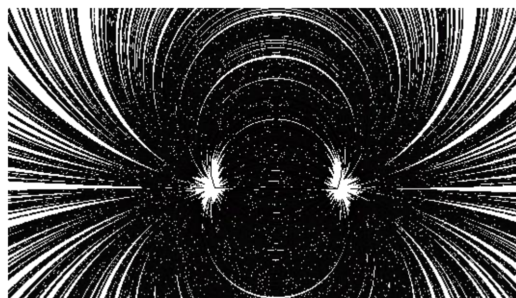
Υπάρχουν άλλα σημεία του επιπέδου τα οποία να βλέπουν την ΖΘ με γωνία 32° ; Να τα κατασκευάσετε στη επιφάνεια εργασίας σας .

Διατυπώστε το γενικό συμπέρασμα για όλα τα σημεία του επιπέδου σε σχέση με την ιδιότητα να βλέπουν και με ποια γωνία το ΖΘ. Τι ισχύει ειδικώς για τα σημεία του ευθ. Τμ. ΖΘ και της ευθείας ΖΘ;

Απ.:…………………. (τουλάχιστον 8 σειρές για απάντηση)………………….

Ακολουθεί η απόδειξη επί πίνακος της κατασκευής τόξου , το οποίο φαίνεται υπό δοθείσαν γωνία φ , την οποία θα κάνει ο καθηγητής, με την βοήθεια των μαθητών και της πρόσφατης προηγούμενης εμπειρίας τους. Εκεί ο καθηγητής θα διευκρινίσει την έννοια της **Ανάλυσης, σύνθεσης, κατασκευής και διερεύνησης** σε πρόβλημα κατασκευής.

Στο τέλος, (βλέπε καρτέλα «Πρόσθετο 6») μπορεί ο καθηγητής να κάνει και μια προχωρημένη επίδειξη των δυνατοτήτων του λογισμικού πάνω στο μάθημα : Παίρνει (μέσω διαδραστικού ή προβολής από φορητό Η/Υ ένα ευθύγραμμα τμήμα ΑΓ και ένα σημείο Γ του επιπέδου. Επιλέγει κατά σειράν τα σημεία Α,Γ,Β και από το μενού «κατασκευή» την επιλογή «τόξου που ορίζεται από 3 σημεία» Αφού κατασκευάσει το τόξο, επιλέγει μόνο το τόξο και έπειτα από το μενού «Προβολή» επιλέγει την εντολή «Σχεδίαση ίχνους τόξου.» Έπειτα, επιλέγει το Γ και το περιστρέφει γύρω από το Β. Θα παρουσιαστεί η μορφή εκατοντάδων γραμμών. Στην συνέχεια μπορεί να κάνει συζήτηση με ερωτήματα 1) Με τι μοιάζει. 2) Τι κοινό έχουν όλα αυτά τα τόξα. 3) Αν μπορούν δύο διαφορετικά τόξα να τέμνονται, αφού στους «πόλους» εμφανίζεται μεγάλη πύκνωση γραμμών. (Όχι, διότι αν δύο τόξα τέμνονται σε ένα άλλο σημείο πέραν των Α,Β, θα είχαν τρία κοινά σημεία, άρα θα όριζαν μοναδικό τόξο , άρα θα ταυτίζονταν)



Πρόσθετες Πληροφορίες

Στο παρόν σενάριο και ανάλογα με το επίπεδο των μαθητών μπορεί να εισαχθεί και η απλούστερη εισαγωγική δραστηριότητα στην καρτέλα «Πρόσθετο 7» . Επίσης μπορεί να ζητηθεί επ΄εργαστηρίω να κατασκευάσουν οι μαθητές τραπέζιο εγγεγραμμένο σε κύκλο και μετά να εξηγήσουν (αποδείξουν) γιατί θα είναι ισοσκελές. Η κατασκευή του από τους ίδιους τους μαθητές, (καρτέλα «Πρόσθετο 8») θα βοηθήσει στην απόδειξη. Στην ηλεκτρονική έκδοση του διδακτικού βιβλίου της Α΄Λυκείου, έχουν προστεθεί και δραστηριότητες τύπου «μικροπειραμάτων» με τα λογισμικά Geogebra και Αβάκιο. Ειδικά το Κεφάλαιο 6 , υπάρχει εδώ. Επίσης πρέπει να ληφθεί υπ΄ όψιν να έχουν οι μαθητές στικάκια για αποθήκευση λογισμικών και αρχείων. Οι ταμπλέτες, είναι κάτι που επισήμως δεν επιτρέπεται διότι εμπεριέπεριέχει καταγραφικές δυνατότητες ήχου και εικόνας και μετάδοσής τους ταυτοχρονικά, πλην δεν γίνεται να μην βρεθεί το πλαίσιο γενικευμένης χρήσης τους, αφού έχουν οθόνη αφής και μπορούν να αποθηκεύσουν όλα τα βιβλία τα Σχολικά κι αυτό από τα πλέον φθηνά της αγοράς. Νομοτελειακά οδεύουμε προς τα εκεί, αφού πλέον τα προγράμματα πήγαν σε μη εγκαταστημένες αναγκαστικά σε Η/Υ εκδόσεις, ήδη το Geogebra εκδίδεται και για κινητά, ήδη παρέχεται με πλήρεις δυνατότητες μόνο μέσω των περιηγητών χωρίς εγκατάσταση και τα αρχεία τους είναι δημοσιεύσιμα εύκολα σε ιστολόγια. Η διαρκής ενημέρωση του διδάσκοντα περί της δυνατότητες των λογισμικών, πρέπει να θεωρείται εκ των ων ουκ άνευ, αφού τα συγκεκριμένα γεωμετρικά δυναμικά εργαλεία έχουν την δύναμη να αλλάξουν ποιοτικά την ίδια την διδασκαλία της Γεωμετρίας, επαναφέροντάς την στην φυσιολογική της διάσταση τροποποιώντας την επί χιλιετίες διδασκαλία της από «Πρόταση-Απόδειξη» σε ό,τι συμβαίνει και ανέκαθεν συνέβαινε στα

Μαθηματικά, δηλ. «Παρατήρηση, Πείραμα, Εικασία, Υπόθεση, Απόδειξη, Διερεύνηση, Ειδικές περιπτώσεις, Γενίκευση»

Βιβλιογραφία –Δικτυογραφία

Πλατάρος, Ι. & Παπαδοπούλου, Α. *«Ο κρυφός πειραματικός χαρακτήρας της Γεωμετρίας και η διδακτική του αξιοποίηση με χρήση των γεωμετρικών λογισμικών»* Πρακτικά 1ου Εκπαιδευτικού Συνέδριου ένταξης και χρήσης των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία. Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας Βόλος 24-26 Απριλίου 2009. Ανακτήθηκε 02 Ιανουαρίου 2015

Πλατάρος, Ι. *«Μια Γεωμετρική εφαρμογή Μεγίστου κι Ελάχιστου με χρόνο, μέσω Δυναμικού Λογισμικού, ως Διδακτική Πρόταση»* Πρακτικά 2ου Συνέδριου Ημαθίας για τις ΤΠΕ Νάουσα-Βέροια, 23-25 Απριλίου 2010. Ανακτήθηκε 02 Ιανουαρίου 2015

Πλατάρος, Ι. *«Η ολιστική διδασκαλία των απλών γεωμετρικών τόπων,* στα πλαίσια σύγχρονων παιδαγωγικών θεωρήσεων.» Πρακτικά 25ου Συνεδρίου ΕΜΕ στον Βόλο, 21-23 Νοεμβρίου 2008. Ανακτήθηκε 02 Ιανουαρίου 2015

Πλατάρος,Ι. *«Η διδακτική αξιοποίηση του λογισμικού Sketchpad στην διδασκαλία των Γεωμετρικών Απεικονίσεων στο επίπεδο.»* Πρακτικά 27ο Συνέδριου ΕΜΕ Χαλκίδος,19-21 Νοεμβρίου 2010 . Ανακτήθηκε 02 Ιανουαρίου 2015

Πλατάρος, Ι. *«Εικόνες τάξης και χάους σε διερεύνηση ιδιοτήτων ποδικού τριγώνου, μέσω δυναμικού Γεωμετρικού εργαλείου.»* Πρακτικά 31ο Συνέδριου ΕΜΕ Βέροιας, 7-9 Νοεμβρίου 2014. Ανακτήθηκε 02 Ιανουαρίου 2015